



INSTITUT
FRANÇAIS
DU CONGO



saint
Ex
LYCEE FRANCAIS SAINT EXUPÉRY
BRAZZAVILLE - CONGO

E.N.S

Les maîtres des formules

Conférence 2

mathématiques et informatique:

Des relations multiformes, étroites et fécondes

Conférencier :

Fernand MALONGA MOUNGABIO
Ecole Normale Supérieure
malongaf@gmail.fr

Modérateur :

Jannick TRUNKENWALD
Lycée Français Saint Exupéry

Contexte historique

L'informatique a des racines qui remontent aux mathématiques de l'antiquité à travers deux composantes :

- ***l'algorithmique*** qui systématise la notion de calcul
- ***la logique*** qui formalise la notion de démonstration

Algorithmique et logique ... chez les grecs

Archimède et Diophante:

« calculent » l'aire sous une parabole et les solutions de systèmes d'équations en nombre entier.

Euclide:

dégage la notion de système axiomatique pour la géométrie élémentaire

Aristote:

abstrait du discours la logique

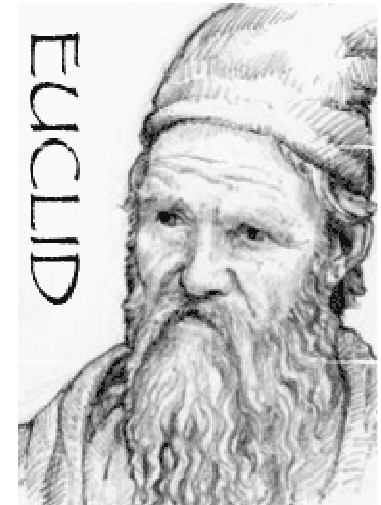
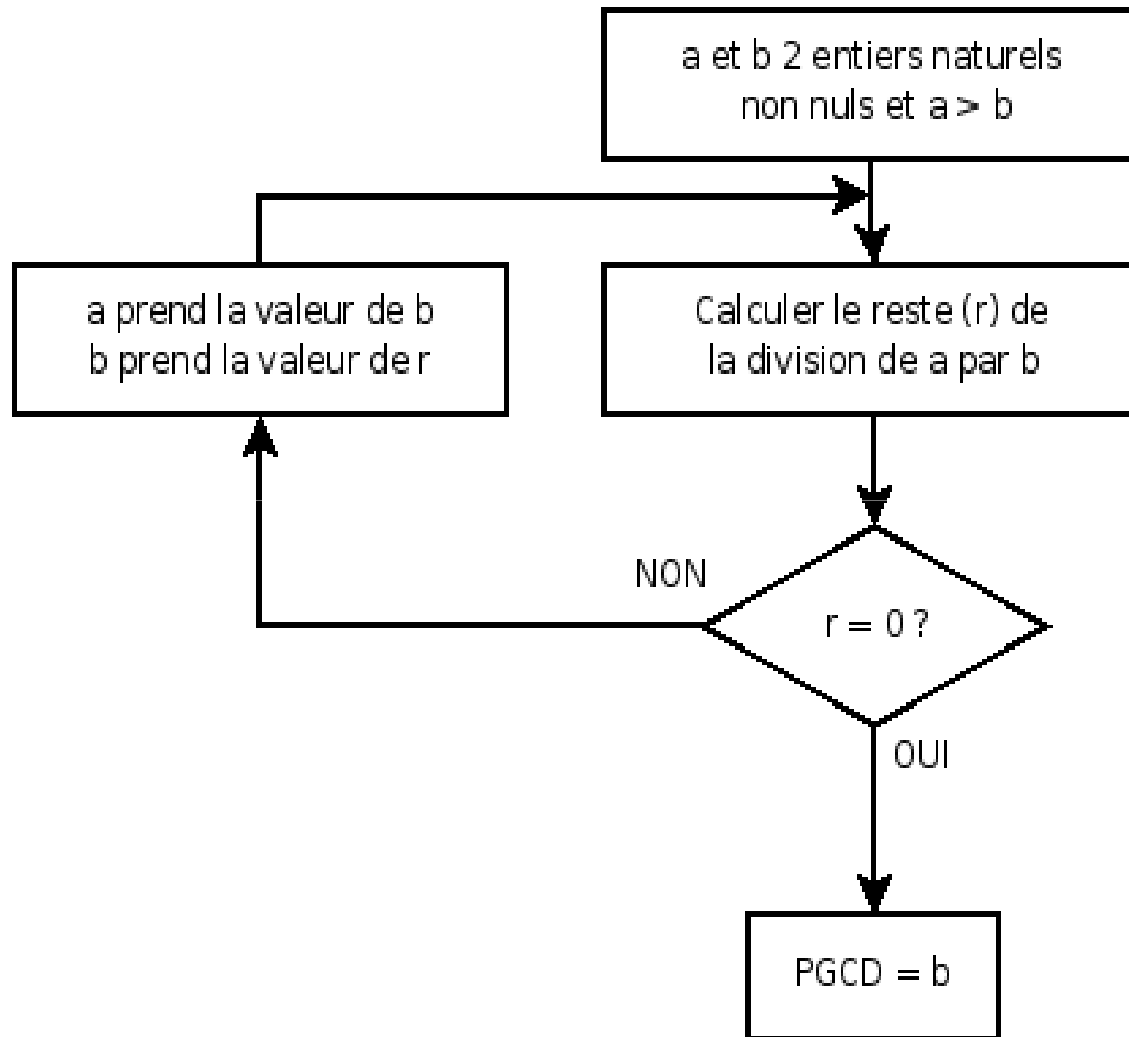
Algorithmique

Procédé systématique de calcul.

Le sens médiéval est celui de méthode pour effectuer les quatre opérations, mais il s'étend à tout procédé de calcul.

Étude de la résolution des problèmes par la mise en œuvre des suites d'opérations élémentaires selon un processus défini aboutissant à une solution.

Algorithme d'Euclide



Calcul du PGCD de 1071 et 1029

$$1071 = 1029 \times 1 + \mathbf{42}$$

$$1029 = 42 \times 24 + \mathbf{21}$$

$$42 = 21 \times 2 + \mathbf{0}$$

$$\text{PGCD}(1071 ; 1029) = \mathbf{21}$$

Logique

Préoccupation philosophique depuis l'antiquité, par ses rapports avec le langage, et comme investigation rationnelle de la notion de vérité.

Progressivement la logique se mathématise avec

- La théorie des modèles qui utilise les structures mathématiques de la théorie des ensembles et d'algèbre universelle (catégories)
- La théorie de la démonstration qui se préoccupe de notations, des preuves;

Logique

Principe du tiers exclu

La logique dite binaire signifie qu'un énoncé logique ne présente que deux alternatives ; il est soit vrai, soit faux, toute autre possibilité étant exclu.

Principe de non contradiction

un énoncé (axiome, définition, théorème, ...) ne peut être en contradiction avec les énoncés qui le précèdent dans l'élaboration d'une théorie.

Jusqu'au XIXe siècle

Développement des méthodes numériques

Newton, Leibniz, Euler ou Gauss, etc.

inventent des méthodes originales de calcul numérique et symbolique.

Ces méthodes sont destinées à un calculateur humain.

Leonhard Euler (1707 – 1783)

Né en 1707 en Suisse, et a passé une grande partie de sa vie à Saint-Pétersbourg jusqu'à sa mort en 1783. Les œuvres d'Euler complètement éditée entre 1910 et 1913, comportent 30 volumes de mathématiques, 32 de mécanique et d'astronomie et 12 des sciences physiques et recherches diverses.



Nous devons à Euler, le nombre e qui est l'une des constantes les plus célèbres des mathématiques.

Les nombres e et π apparaissent dans la célèbre formule de d'Euler , $e^{-i\pi} = -1$ que l'on désigne comme « la présence de la main de Dieu »

Né de Paul Euler, pasteur des Églises réformées et de Marguerite Brucker, fille de pasteur. Paul Euler était un ami de la famille Bernoulli . À l'âge de treize ans. Euler recevait tous les samedis après-midi des leçons de Jean Bernoulli, qui découvrit rapidement chez son nouvel élève un incroyable talent pour les mathématiques.

La méthode d'Euler

Problème 85 : Etant donné une équation différentielle, en trouver une intégrale complète très proche.

$\frac{dy}{dx} = V(x, y)$ avec les (la) condition(s) initiale(s) $y = b$ lorsque $x = a$.

Si on pose $x = a$, $y = b$ et $V(a, b) = A$, Alors $\frac{dy}{dx} = A$
et calculer $a' = a + \omega$ et $b' = b + A\omega$

Les valeurs de y calculées à partir de valeurs successives de x assez rapprochées les unes des autres peuvent donc s'écrire :

$$b' = b + A(a' - a).$$

$$b'' = b' + A'(a'' - a')$$

.....

Ipsius	Valores successivi							
x	a,	a',	a'',	a''',	a ^{IV} ,	...	'a,	X
y	b,	B',	B'',	b''',	b ^{IV} ,	...	'b,	Y
V	A,	A',	A'',	A''',	A ^{IV} ,	...	'V,	V

Extrait de *Institutionum calculi integralis* p. 425

... à partir des valeurs initiales $x = a$ et $y = b$, nous avons trouvé les valeurs suivantes très proches $x = a + \omega$ et $y = b + A\omega$, de même on peut progresser à partir d'elles, au moyen d'intervalles très petits, jusqu'à ce que l'on parvienne enfin à des valeurs aussi éloignées que l'on voudra des valeurs initiales

Au tournant du XXe siècle

Nouvelle branche des mathématiques

Le courant axiomatique conquiert de nombreuses branches des mathématiques avec pour corollaire des interrogations méthodologiques donnant lieu à *la logique mathématique;*

... une théorie générale de la calculabilité.

Calculateurs scientifiques et calculateurs de gestion

La seconde guerre mondiale verra un investissement important des calculateurs à des fins militaires :
défense anti-aérienne mais aussi cryptographique.

La période qui suit, de 1945 à 1955, est celle où s'effectue progressivement la fusion entre les calculateurs scientifiques et les calculateurs de gestion.

C'est sur ce terrain que va se développer ce qui est d'abord un ensemble de savoir-faire techniques et qui donnera ensuite naissance à la science informatique

Nouvelle problématique

Le volume en croissance régulière des données à traiter, la diversité et l'hétérogénéité de ces mêmes données nécessitent des méthodes d'accès rapide à l'information non numérique.

Des questions :

- Comment accéder efficacement à des ensembles de données dans un espace multidimensionnel ?
- Comment maintenir l'efficacité sur des données qui varient dynamiquement ?
- Comment interroger des volumes de données organisés selon des critères différents ?
- Etc.

Nouvelle organisation

Structures de données → *Bases de données*

Les meilleures structures de données actuelles sont souvent fondées sur une utilisation astucieuse de la structure d'arbre, dérivé naturel de la notion de graphe

L'objet d'étude de l'informatique s'est progressivement déplacé des machines vers les **algorithmes** et les **langages**

Espaces
fonctionnels



Structures de
démonstration

Intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement

- Quelle spécificité des liens entre mathématiques et informatique ?
- Quels domaines d'intersection/interaction ?
- Quels apports de l'informatique pour l'apprentissage des mathématiques et vice-versa ?
- Quelle place pour la programmation dans l'enseignement des mathématiques, en relation avec l'enseignement de l'informatique ?
- Rôle de la modélisation en informatique et en mathématiques : quels liens ? Quelle place dans l'enseignement ?
- Etc.

L'enseignement assisté par ordinateur (EAO) est une spécialité informatique qui regroupe les logiciels permettant l'aide à l'apprentissage dans des domaines divers, ainsi que les outils utilisés pour créer ces programmes.

Les fondements de l'EAO remontent au milieu des années 1980, avec l'avènement et le développement des premiers ordinateurs personnels, des premiers logiciels éducatifs et de périphériques d'interaction homme-machine spécialisés comme la souris.

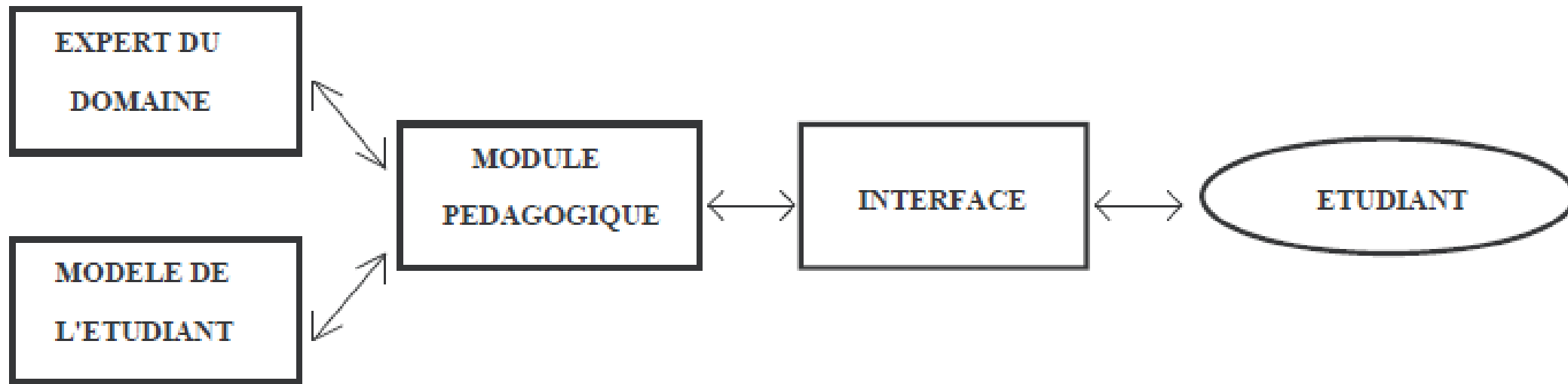
Des tuteurs intelligents aux environnements interactifs

Degré de liberté de l'élève

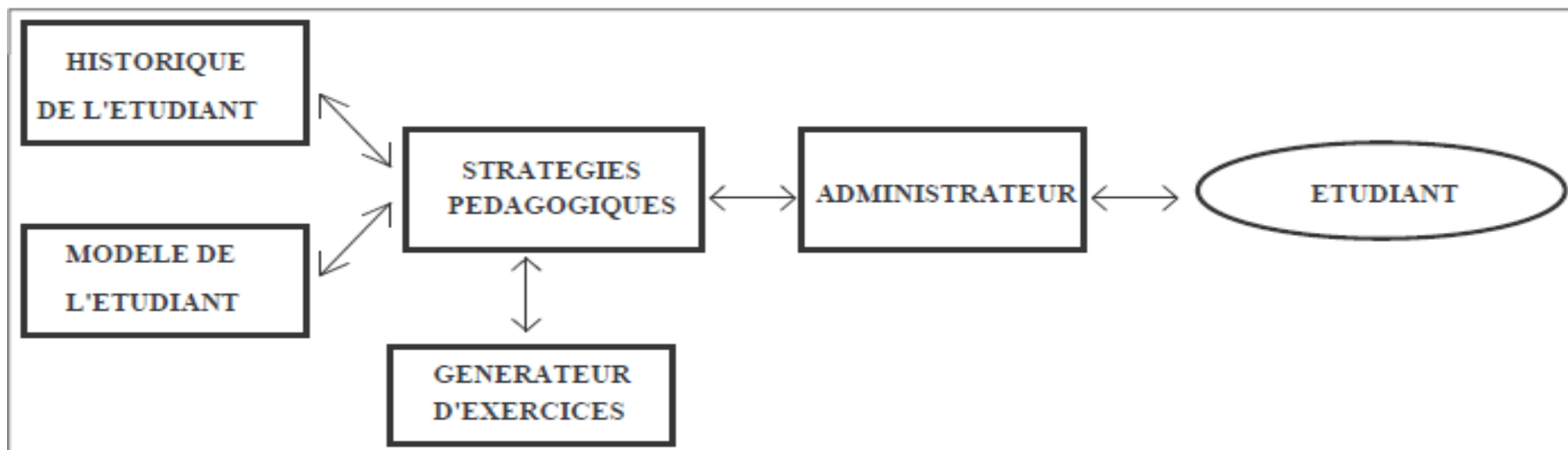


Tuteurs

Micromondes



Modèle général



Autre Modèle

Quelques exemples

- Méthode d'[Euler](#)
- Dessin -figure
- Plate-forme Wims

Cependant, les rapports entre l'informatique et les mathématiques ne s'arrêtent pas là. Il faut citer notamment :

- **l'analyse numérique**, qui permet de résoudre des systèmes d'équations de grande taille ;
- **la logique mathématique** et ses extensions, utilisées en intelligence artificielle, dans le domaine des bases de données, pour la mise au point de méthodes de démonstration automatique et la certification de programmes ;
- **la modélisation et la simulation** qui, à l'aide de graphes et d'une grande variété de structures discrètes, permettent la reproduction dans l'ordinateur d'objets et de systèmes complexes provenant de la physique, de l'économie et de la biologie ;
- **la sécurité informatique et la cryptographie**, qui créent tout un ensemble de problèmes nouveaux, souvent rattachés à l'arithmétique ;
- **l'étude des réseaux**, qui suscite de nouvelles idées mathématiques.